

## Prof. Dr. Alfred Toth

### Protozahlen und Peanozahlen

1. Kronthaler (1986, S. 26 ff.) hat im Anschluss an Günther (1979, S. 252 ff.) dargestellt, dass man, ausgehend von den Peano-Zahlen, durch Wertabstraktion zu den Trito-Zahlen, von diesen durch Iterationsabstraktion zu den Deutero-Zahlen, und von diesen durch erneute Abstraktion zu den Proto-Zahlen gelangt.

2. Diesen Sachverhalt können wir semiotisch wie folgt darstellen

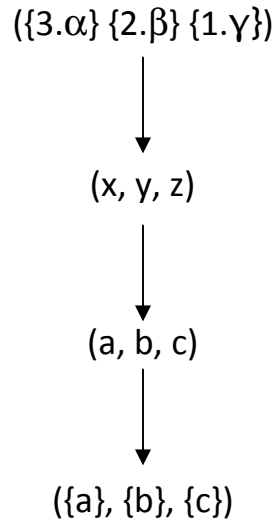
1. Wertabstraktion  $\rightarrow (\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\}) \rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\})$

2. Iterationsabstraktion  $\rightarrow (\{a\}, \{b\}, \{c\}) \rightarrow (a, b, c)$

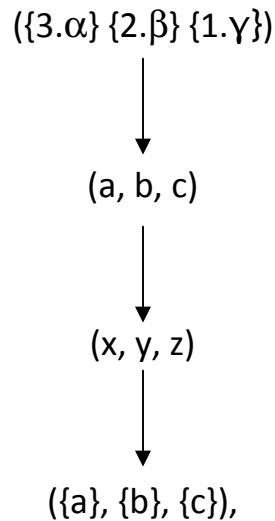
3. Positionsabstraktion  $\rightarrow (a, b, c) \rightarrow (x, y, z)$

Beachte, dass das 3-stufige Abstraktionssystem voraussetzt, dass die Kategorien als Mengen von Kategorien eingeführt werden (Toth 2010), denn in Zeichenrelationen kann sich die Iteration von Kategorien nur auf multiple Relata beziehen.

2. Kurz gesagt, impliziert das obige Abstraktionssystem also, dass die Proto-Zahlen  $(x, y, z)$  am weitesten weg sind vom von der Form der Zeichenklassen  $(\{3.\alpha\} \{2.\beta\} \{1.\gamma\})$ . Nun liest man aber desöfters im Widerspruch dazu: „Die Proto-Zahlen sind den klassischen natürlichen Zahlen am nächsten. Neim Nachfolger spielt nur der Zahl-Wert eine Rolle, nicht aber die Stelle wo er steht“ (Kronthaler 1986, S. 40)



Ein solches Modell ist aber ganz ausgeschlossen, denn es verlangt 1. die Restitution der Positionsrelevanz der Kategorien und 2. die Restitution der Mengen von Kategorien. Nun kann man theoretisch die Reihenfolge von Iterations- und Positionsabstraktion umgekehren. Man erhält dann



jedoch wie man sieht, bleiben beide Probleme bestehen, nur dass sich das 1. Problem um eine Stufe nach unten verschoben hat.

3. Daraus folgt also, dass in der Mathematik der Qualitäten die Wertabstraktion nicht vollzogen ist; vgl. die Tabelle der qualitativen (Proto-, Deutero- und Tritozahlen in den ersten 5 Kontexturen in numerischer Notation bei Kronthaler (1986, S. 34). So lauten die qualitativen Zahlen z.B. in der 3. Kontextur auf der Proto-

Ebene (000, 001, 012), auf der Deutero-Ebene (000, 001, 012), und auf der Trito-Ebene (000, 001, 010, 011, 012).

Damit ändert sich natürlich die semiotische Interpretation der drei qualitativen Zahlbereiche, denn wir haben nun

1. Iterationsabstraktion  $\rightarrow (\{3\}, \{2\}, \{1\}) \rightarrow (3, 2, 1)$
2. Positionsabstraktion  $\rightarrow (3, 2, 1) \rightarrow \{(3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3)\}$ ,

d.h. die iterationsabstraktive Menge der Fundamentalkategorien wird ersetzt durch die positionsabstrakte Menge der Permutationen der Fundamentalkategorien. Wir kommen damit zu den folgenden bemerkenswerten Schlüssen:

1. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Trito-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über  $(\{3\}, \{2\}, \{1\})$  konstruiert werden können. Diese Menge ist theoretisch unendlich gross, da mehrfache gleiche Relationen explizit erlaubt sind.
2. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Deutero-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über  $(3, 2, 1)$  konstruiert werden können (d.h. die Menge der  $3 \times 3 \times 3 = 27$  Zeichenklassen mit den 10 Peirceschen Zeichenklassen als Teilmenge).
3. Die semiotische Entsprechung der mathematischen Proto-Zahlen sind die Zeichenklassen, die über  $(3, 2, 1) \rightarrow \{(3, 2, 1), (3, 1, 2), (2, 3, 1), (2, 1, 3), (1, 3, 2), (1, 2, 3)\}$  konstruiert werden können (d.h. die in Toth 2008, S. 177 ff. behandelten „semiotischen Diamanten“).

Somit stellt sich also endlich heraus, dass die Behauptung, den Peano-Zahlen stünden von den qualitativen Zahlen die Proto-Zahlen am nächsten, korrekt ist, denn diese lassen alle möglichen relationalen Ordnungen und nicht nur die für die Zeichenklassen definierten zu.

## **Bibliographie**

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik.  
Bd. 2. Hamburg 1979

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten.

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kategorien und Mengen von Kategorien. In: EJMS 2010

6.3.2010